

# Wiskunde 3, 2002/2003

Midtoets, 9 mei 2003

Zet op elk ingeleverd vel duidelijk je naam en je studentnummer.  
De nummers tussen haakjes geven het aantal punten voor die opgave.

$$\text{Cijfer} = 1 + \frac{\text{aantal punten}}{2}.$$

1. Laat  $f : [0, \infty) \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = xy.$$

- (a) (2) Bepaal met de methode van Lagrange multiplicatoren de extremen van de beperking van  $f$  tot  $x^2 + y^2 = 1$ .  
(b) (3) Bepaal de aard van de extremen met een tweede orde test.

2. (a) (1) Schets het domein

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

- (b) (2) Bereken  $\int \int_D xy \, dx dy$ .

3. (2) Gegeven een  $C^2$  vectorveld  $V$  op  $\mathbb{R}^3$ , bewijs dat  $\text{div}(\text{curl}(V)) = 0$ .

4. Laat  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1 + z^2\}$ .

- (a) (1) Schets  $S \cap \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = 0\}$ .  
(b) (2) Bereken het volume van

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 + z^2 \\ -2 \leq z \leq 2. \end{cases}$$

- (c) (3) Laat  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \sqrt{2} z = x + y\}$ . De doorsnede van  $S$  en  $V$  tussen  $z = -2$  en  $z = 2$  bestaat uit twee krommen. Beschrijf beide krommen als een pad  $c_1(t)$  en  $c_2(t)$ .

- (d) (2) Bepaal de lengte van beide paden.